Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«БУДУЩЕЕ С НАМИ»

Комплект заданий по математике

Заключительный (очный) этап 2014-2015 уч. г.

Калининград 2014

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2014/2015гг
Очный этап
Математика
7 класс

Общее время выполнения работы – 2 астрономических часа (120 мин).
Количество задач – 4.

Общие критерии оценки:
7 баллов ставится за полностью решенную задачу.
6-7 баллов ставится, если решение верное, но имеются небольшие недочеты.
5-6 баллов ставится, если решение в целом верное, но имеются существенные ошибки, не влияющие на логику рассуждений.
4 балла ставится, если верно рассмотрен один из двух (более сложный) случай, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3 балла ставится, если получены вспомогательные утверждения, помогающие при решении задачи.
1 балл ставится, если рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0 баллов, ставится, если нет продвижений в решении, даже если при этом дан верный ответ.
Решение школьника не обязано совпадать с предложенными, тогда оно оценивается также в соответствии указанной выше схемой оценок.

Задание 1. (7 баллов.)
Для прохода в учреждение необходимо предъявить пятизначную комбинацию, состоящую из нулей и единиц. Пятизначная комбинация x, y, z, u, v поступает в вычислительное устройство, где ее компоненты умножаются на фиксированные целые числа a, b, c, d, e, и вычисляется сумма

$$S = ax+by+cz+du+ev.$$

Проход в учреждение открывается, только если эта сумма окажется не меньше некоторого фиксированного целого числа, нам неизвестного. Однако известно, что проход открывается при предъявлении комбинаций:

1,0,1,1,0,   1,1,0,1,0,   1,1,1,1,1,

а при наборе следующих комбинаций проход закрыт:

1,0,1,0,0,   0,0,1,1,0,   1,1,0,1,1,   1,0,1,1,1.

Найдите еще одну комбинацию, открывающую проход в учреждение.
Решение:
Для комбинации 1,0,1,1,0 – проход открыт, а для 0,0,1,1,0 – проход закрыт. То есть при изменении значения первой координаты с 1 на 0 значение суммы становится меньше , поэтому $a>0$. Аналогично можно показать, что $b>0$, $c>0$, $d>0$, $e<0$.
Поэтому заведомо пройдет комбинация, максимизирующая значение суммы , а именно 1,1,1,1,0.
Ответ: 1,1,1,1,0.

Задание 2. (7 баллов.)
Найдите последнюю цифру числа $1^2 + 2^2 + ... + 999^2$.
Решение
Добавим слагаемое 0^2. Разбиваем слагаемые на группы по 10 штук. Таких групп будет 100 и суммы чисел в них заканчиваются на одну и ту же цифру. Поэтому последняя цифра исходной суммы равна 0.

Ответ: 0

Задание 3. (7 баллов.)

Пусть n – натуральное число, большее единицы. Заданы n натуральных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$, каждое из которых меньше n. Число n будем называть весом набора $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$. Задачей закрашивания для набора $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ будем называть расстановку черных клеток в таблице размера n x n клеток таким образом, чтобы:

в первой строке и в первом столбце таблицы содержались a_1 черных клеток;

во второй строке и во втором столбце таблицы содержались a_2 черных клеток;

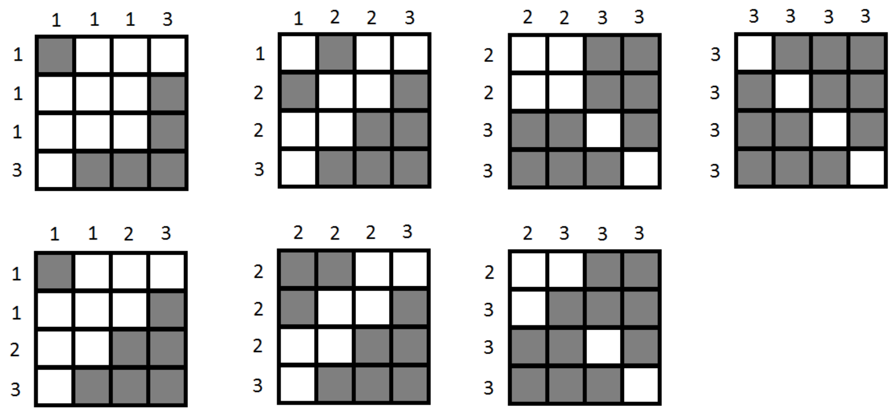
и т. д.,

в n-й строке и в n-м столбце таблицы содержались a_n черных клеток.

Найдите набор $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ наименьшего веса, для которого задача закрашивания не имеет решений.

Решение

Заметим, что разрешимость (неразрешимость) задачи не изменяется при любой перестановке чисел в наборе. При этом очевидно, что для набора, содержащего лишь единицы и двойки, задача закрашивания всегда разрешима. Ограничимся рассмотрением неубывающих наборов, у которых последнее число больше двух. Очевидно, что все наборы веса 2 и 3 разрешимы. Перебором убеждаемся, что все наборы веса n = 4 также разрешимы:



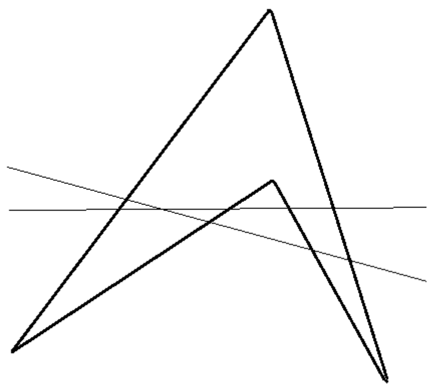
При n=5 имеется неразрешимый набор (1, 1, 1, 4, 4). В самом деле, с одной стороны, в прямоугольнике из первых трех строк таблицы должны содержаться три закрашенные клетки. С другой стороны, в каждом из двух последних столбцов в этот прямоугольник должны попасть не менее двух клеток – т.е. в том же прямоугольнике должны содержаться не менее четырех закрашенных клеток. Полученное противоречие показывает неразрешимость данного набора.

Ответ: (1, 1, 1, 4, 4).

Задание 4. (7 баллов.)

Существует ли четырехугольник, который можно двумя прямыми разрезать на 6 кусков?

Ответ: да, существует, см. рисунок



Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2014/2015гг
Очный этап
Математика
8 класс

Общее время выполнения работы – 2 астрономических часа (120 мин).
Количество задач – 4.

Общие критерии оценки:
7 баллов ставится за полностью решенную задачу.
6-7 баллов ставится, если решение верное, но имеются небольшие недочеты.
5-6 баллов ставится, если решение в целом верное, но имеются существенные ошибки, не влияющие на логику рассуждений.
4 балла ставится, если верно рассмотрен один из двух (более сложный) случай, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3 балла ставится, если получены вспомогательные утверждения, помогающие при решении задачи.
1 балл ставится, если рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0 баллов, ставится, если нет продвижений в решении, даже если при этом дан верный ответ.
Решение школьника не обязано совпадать с предложенными, тогда оно оценивается также в соответствии указанной выше схемой оценок.

Задание 1. (7 баллов.)
Петя решил систему уравнений

$$10x + y = 6,$$
$$99x + a\,y = 59,$$

где в качестве значения коэффициента a взял число 10, полученное путем измерений. Однако оказалось, что истинное значение коэффициента a отличается от 10 на величину, меньшую чем 0,1. Могло ли при этом оказаться так, что:
а) $x > 100000$;
б) $y > 1$;
в) $y > -2x$?
Решение
Выразим неизвестные x и y данной системы: $x = \dfrac{6a-59}{10a-99}$, $y = \dfrac{-4}{10a-99}$.
Откуда видно, что при любом значении коэффициента a из указанного диапазона имеем: $x > 0$, $y < 0$, $|y| > 2|x|$, причем для любого наперед заданного положительного x всегда можно подобрать соответствующее значение a.
Ответ: а) могло; б) не могло; в) не могло.

Задание 2. (7 баллов.)
1. Пусть a, b и c - длины сторон произвольного треугольника.
2. Докажите, что:

$a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 + 4abc > a^3 + b^3 + c^3$.
Решение
$a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 + 4abc - a^3 - b^3 - c^3 =$
$= -a^3 + a^2(b+c) + a(b-c)^2 - (b+c)(b-c)^2 =$
$= (b+c-a)(a+b-c)(a-b+c) > 0$ в силу неравенства треугольника.

Задание 3. (7 баллов.)

3. На гипотенузе *BC* равнобедренного прямоугольного треугольника *ABC* отмечены две точки *E* и *D* так, что *BE* = *BA* и *CD* = *CA*.

4. Найти $\angle DAE$.

5. **Ответ:** 45^0

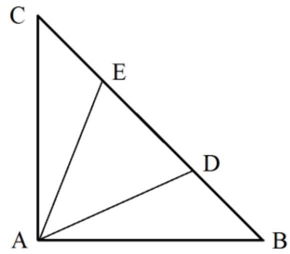
6. Решение

7. Из равнобедренного треугольника BAE получаем, что $\angle BEA = 135^0$

8. И аналогично $\angle CDA = 135^0$

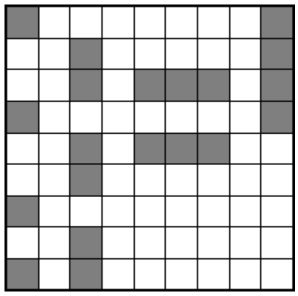
9. Отсюда $\angle EAD = 45^0$

10.



Задание 4. (7 баллов.)

Легко разместить комплект кораблей для игры в "Морской бой" на доске 9×9 (см. рис. справа). А на какой наименьшей квадратной доске можно разместить этот комплект? (Напомним, что согласно правилам корабли не должны соприкасаться даже углами, при этом кораблей размерами 1×4 – один, 1×3 – два, 1×2 – три и 1×1 – четыре.)

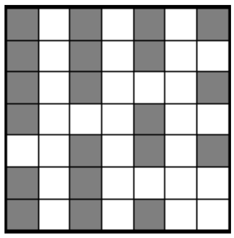


Ответ

7×7

Решение

11. Пример расстановки кораблей на доске 7×7 изображен на рис. Остается доказать, что на доске 6×6 корабли расставить нельзя.



Доказательство 1.

Будем считать не клетки, а узлы доски, занимаемые кораблями. Корабль 1×4 занимает $2\cdot5=10$ узлов, корабль 1×3 занимает 8 узлов, корабль 1×2 – 6 узлов, корабль 1×1 – 4 узла; причем по правилам расстановки один узел не может принадлежать более чем одному кораблю. Значит, все корабли занимают $10+2\cdot8+3\cdot6+4\cdot4=60$ узлов, и выставить их все на доску с меньшим числом узлов невозможно. Но всего на доске 6×6 имеется лишь$(6+1)^2=49<60$ узлов.

Доказательство 2.

Ту же идею можно оформить иначе. А именно, заключим каждый корабль в прямоугольник, увеличив его на полклетки в каждую сторону. Такие прямоугольники не могут пересекаться и занимают всего $10+2\cdot8+3\cdot6+4\cdot4=60$ клеток. А если бы все корабли можно было разместить на доске 6×6, то все соответствующие прямоугольники располагались бы на доске 7×7, на которой имеется лишь 49<60 клеток. (Отметим, что каждая клетка этой новой доски содержит ровно один узел старой – поэтому вычисление и получается точно таким же, как в первом доказательстве.)

Доказательство 3.

Разрежем доску 6×6 на 9 квадратов 2×2. Каждый такой квадрат при расстановке по правилам может содержать клетки только одного корабля. Но всего кораблей 10, поэтому их на такой доске разместить нельзя. (Отметим, что это рассуждение доказывает, что на доску 6×6 все 10 кораблей нельзя было бы поставить, даже если все они имели бы размеры 1×1.)

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2014/2015гг
Очный этап
Математика
9 класс

Общее время выполнения работы – 2 астрономических часа (120 мин).
Количество задач – 4.

Общие критерии оценки:
7 баллов ставится за полностью решенную задачу.
6-7 баллов ставится, если решение верное, но имеются небольшие недочеты.
5-6 баллов ставится, если решение в целом верное, но имеются существенные ошибки, не влияющие на логику рассуждений.
4 балла ставится, если верно рассмотрен один из двух (более сложный) случай, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3 балла ставится, если получены вспомогательные утверждения, помогающие при решении задачи.
1 балл ставится, если рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0 баллов, ставится, если нет продвижений в решении, даже если при этом дан верный ответ.
Решение школьника не обязано совпадать с предложенными, тогда оно оценивается также в соответствии указанной выше схемой оценок.

Задание 1. (7 баллов.)
Скорый поезд отправился из пункта A в пункт B ровно в 8 часов утра. Навстречу ему в это же время из пункта B отправился товарный поезд. Они встретились в пункте C в 12:00 часов этого же дня. Через два часа скорый поезд прибыл в пункт B. Во сколько товарный поезд прибудет в пункт A, если скорость каждого из поездов постоянна?
Решение
Скорый поезд прошел путь CB в два раза быстрее, чем AC, поэтому и товарный поезд прошел этот путь быстрее во столько же раз. Следовательно, путь CA он пройдет за восемь часов и прибудет в пункт A в 20:00 часов.
Ответ в 20:00 часов.

Задание 2. (7 баллов.)
12. Докажите, что справедливо неравенство
13. $\frac{2}{1}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}\cdot\ldots\cdot\frac{10000}{9999}>100$
14. Решение
15. Возведем левую часть в квадрат и оценим:

$$\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}\cdot\ldots\cdot\frac{10000}{9999}\right)^2>$$

$$>\frac{1\cdot3}{1\cdot1}\cdot\frac{3\cdot5}{3\cdot3}\cdot\frac{5\cdot7}{5\cdot5}\cdot\ldots\cdot\frac{9999\cdot10001}{9999\cdot9999}=\frac{3}{1}\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{7}{5}\cdot\ldots\cdot\frac{10001}{9999}=10001$$

Откуда и следует доказываемое неравенство.

Задание 3. (7 баллов.)
16. Назовём *пушистыми* числа вида:

17. $\sqrt{a+b\sqrt{2}}$

18. где a и b – целые числа, не равные нулю.

19. Аналогично, назовём *шершавыми* числа вида:

20. $\sqrt{c+d\sqrt{7}}$

21. где c и d – целые числа, не равные нулю.

22. Может ли *шершавое* число равняться сумме нескольких *пушистых*?

Решение

23. Может, например:

24. $\sqrt{3+\sqrt{2}}+\sqrt{3-\sqrt{2}}=\sqrt{6+2\sqrt{7}}$

Это равенство легко проверить возведением в квадрат. Как догадаться до такого равенства? Будем искать шершавое число, равное сумме двух пушистых. Опыт работы с радикалами подсказывает, что нужно брать сопряженные числа:

25. $\sqrt{A+B\sqrt{2}}+\sqrt{A-B\sqrt{2}}=\sqrt{C+D\sqrt{7}}$

(*)

Возводя обе части равенства в квадрат, получим:

$2A+2\sqrt{A^2-2B^2}=C+D\sqrt{7}$

Итак, достаточно подобрать такие числа A и B, что $A^2 – 2B^2 = 7$, тогда можно взять $C = 2A$, $D = 2$.

26. Замечание. Уравнение $A^2 – 2B^2 = 7$ имеет бесконечно много решений в целых числах. Поэтому и уравнение (*) имеет бесконечно много решений. Это связано с тем, что уравнение Пелля $A^2 – 2B^2 = 1$ имеет бесконечно много решений в целых числах.

За правильный ответ без обоснований ставится 0 баллов.

Задание 4. (7 баллов.)

27. Докажите, что медианы AA_1 и BB_1 треугольника ABC перпендикулярны тогда и только тогда, когда для длин сторон треугольника выполняется равенство:

28. $a^2 + b^2 = 5c^2$.

Решение

29. Пусть M – точка пересечения медиан AA_1 и BB_1.

30. Угол AMB прямой тогда и только тогда, когда $AM^2 + BM^2 = AB^2$, т.е. $4(m_a^2 + m_b^2)/9 = c^2$.

31. Согласно формуле, связывающей медианы и стороны ($m_a^2 = (2b^2 + 2c^2 - a^2)/4$.

32. Эта формула может быть получена с применением теоремы Пифагора) $m_a^2 + m_b^2 = (4c^2 + a^2 + b^2)/4$, откуда и следует требуемое равенство.

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2014/2015гг
Очный этап
Математика
10 класс

Общее время выполнения работы – 3 астрономических часа (180 мин).
Количество задач – 5.

Общие критерии оценки:
7 баллов ставится за полностью решенную задачу.
6-7 баллов ставится, если решение верное, но имеются небольшие недочеты.

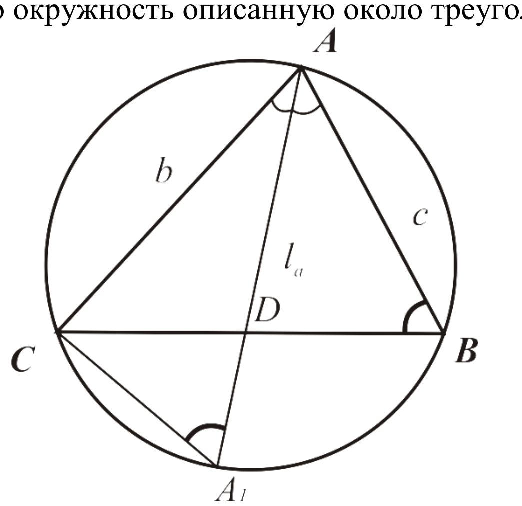
5-6 баллов ставится, если решение в целом верное, но имеются существенные ошибки, не влияющие на логику рассуждений.
4 балла ставится, если верно рассмотрен один из двух (более сложный) случай, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3 балла ставится, если получены вспомогательные утверждения, помогающие при решении задачи.
1 балл ставится, если рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0 баллов, ставится, если нет продвижений в решении, даже если при этом дан верный ответ.
Решение школьника не обязано совпадать с предложенными, тогда оно оценивается также в соответствии указанной выше схемой оценок.

Задание 1. (7 баллов.)
В каждую клетку квадратной таблицы размером 25×25 вписано произвольно одно из чисел: +1 и -1.
Под каждым из столбцов записывается произведение всех чисел данного столбца, а справа от каждой строки – произведение всех чисел данной строки.
Может ли сумма всех 50 произведений быть равной нулю?
Решение
Перемножая все 50 произведений получим 1, так как в каждое из произведений любое из чисел войдет дважды. Тогда в произведении 50 множителей количество чисел, равных -1 чётно. Значит среди 50 чисел – четное количество произведений, каждое из которых равно 1 и четное количество произведений, каждое из которых равно -1. Очевидно, что 50 нельзя представить в виде суммы двух равных четных чисел, а значит полученная сумма не может быть равна нулю.

Задание 2. (7 баллов.)
В треугольнике *ABC* $AD = l_a$ - биссектриса угла A, $CA = b, AB = c$.
Докажите, что:

$$l_a < \sqrt{bc}$$

Решение
Рассмотрим вспомогательную окружность описанную около треугольника *ABC*.



Продолжим биссектрису *AD* до пересечения с окружностью в точке A_1 получим треугольник ACA_1, подобный *ADB* (по двум углам). Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{b}{l_a} = \frac{l_a + DA_1}{c}.$$

Из последнего равенства получаем

$$bc=(l_a)^2+l_a\cdot DA_1>(l_a)^2\Rightarrow l_a<\sqrt{bc}$$

Задание 3. (7 баллов.)

Найти сумму:

$$\frac{2}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{2}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{2}{3\cdot 4\cdot 5}+...+\frac{2}{2013\cdot 2014\cdot 2015}$$

Решение

Легко проверить, что

$$\frac{2}{n\cdot(n+1)\cdot(n+2)}=\frac{1}{n}-\frac{2}{n+1}+\frac{1}{n+2}$$

Отсюда, искомая сумма равна

$$\frac{2}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{2}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{2}{3\cdot 4\cdot 5}+...+\frac{2}{2013\cdot 2014\cdot 2015}=$$

$$=\frac{1}{1}-\frac{2}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{2}{4}+\frac{1}{5}+...\frac{1}{2013}-\frac{2}{2014}+\frac{1}{2015}=$$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2014}+\frac{1}{2015}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2014\cdot 2015}=\frac{1014552}{2029105}$$

Задание 4. (7 баллов.)

Доказать, что при $x\geq 0$ верно неравенство:

$$1+x^{n+1}\geq\frac{(2x)^n}{(1+x)^{n-1}}$$

где n – натуральное число.

Решение

Перепишем неравенство так:

$$(1+x^{n+1})(1+x)^{n-1}\geq(2x)^n$$

К множителям в левой части применим неравенство Коши:

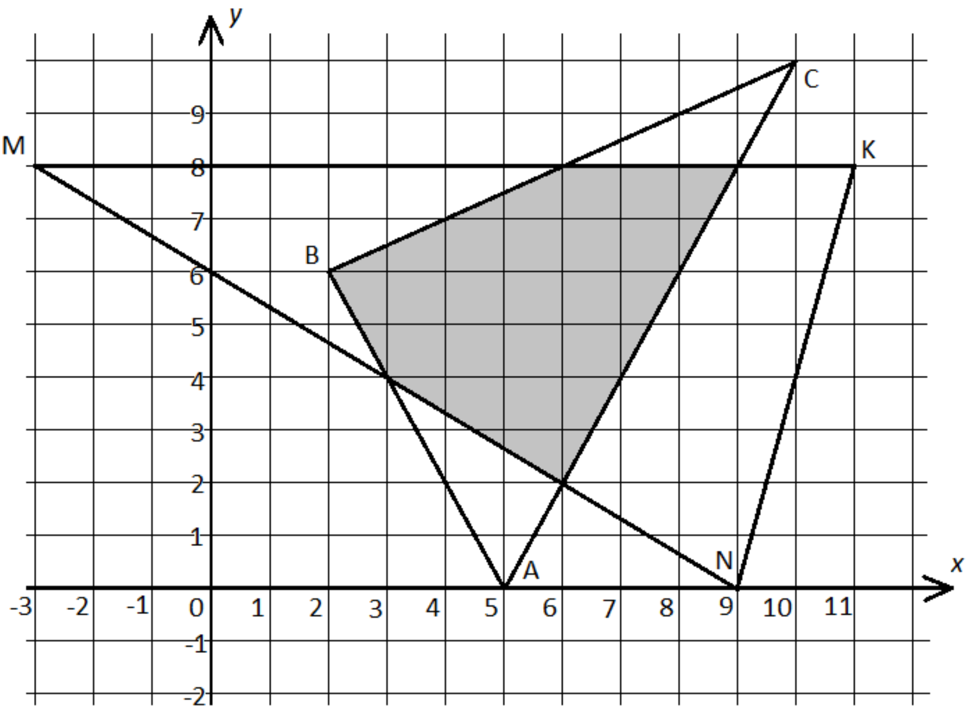
$$(1+x^{n+1})(1+x)^{n-1}\geq 2\sqrt{1\cdot x^{n+1}}\,(2\sqrt{x})^{n-1}=(2x)^n$$

Задание 5. (7 баллов.)

Найдите площадь фигуры, образованной пересечением треугольников ABC и KMN, если их вершины имеют координаты:

A(5; 0), B(2; 6), C(10; 10), K(11; 8), M(-3; 8), N(9; 0)

Решение



Искомая фигура есть пятиугольник с координатами вершин B(2; 6), P(6; 8), Q(9; 8), R(6; 2), S(3; 4). Его площадь равна 23 (например, по формуле Пика).
Ответ: 23

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2014/2015гг
Очный этап
Математика
11 класс

Общее время выполнения работы – 3 астрономических часа (180 мин).
Количество задач – 5.

Общие критерии оценки:
7 баллов ставится за полностью решенную задачу.
6-7 баллов ставится, если решение верное, но имеются небольшие недочеты.
5-6 баллов ставится, если решение в целом верное, но имеются существенные ошибки, не влияющие на логику рассуждений.
4 балла ставится, если верно рассмотрен один из двух (более сложный) случай, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3 балла ставится, если получены вспомогательные утверждения, помогающие при решении задачи.
1 балл ставится, если рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0 баллов, ставится, если нет продвижений в решении, даже если при этом дан верный ответ.
Решение школьника не обязано совпадать с предложенными, тогда оно оценивается также в соответствии указанной выше схемой оценок.

Задание 1. (7 баллов.)
Какое самое большое количество действительных корней может иметь уравнение:
$x^{100} + ax + 1 = 0$?
Решение

На промежутке

$$\left(-\infty; \sqrt[99]{\frac{-a}{100}}\right)$$

функция $f(x) = x^{100} + ax + 1$ убывает, а на промежутке

$$\left(\sqrt[99]{\frac{-a}{100}}; +\infty\right)$$

возрастает, поэтому уравнение имеет не более двух действительных корней. В частности при а = 3

f(-1) = -1, f(0) = 1, f(-2) >0, поэтому при а = 3 имеется 2 корня.

Задание 2. (7 баллов.)

Найти какое-нибудь решение уравнения $x^2 - 2y^2 = 1$ в натуральных числах, для которого выполнено условие:

$x > 2015$.

Решение

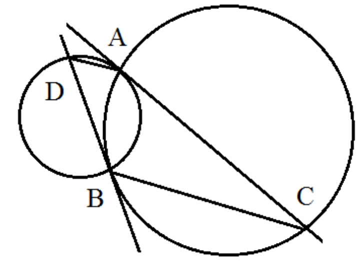
Легко проверить, что (3, 2) решение и если (x, y) решение уравнения, то и (3x+4y, 2x+3y) тоже решение. Отсюда получаем последовательность решений:

(3, 2), (17, 12), (99, 70), (577, 408), (3363, 2378), …

Задание 3. (7 баллов.)

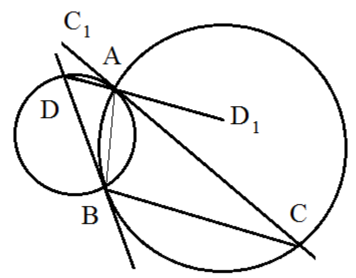
Две окружности пересекаются в точках **A** и **B.** Через эти точки провели касательные **AC** и **BD** соответственно (одна к первой окружности, а другая ко второй окружности).

Найти угол между прямыми **AD** и **BC**.



Решение

Докажем параллельность этих прямых. AC и BD - касательные к окружностям. Угол BCA = углу ABD. Угол ABD = углу DAC_1. Угол DAC_1 = углу CAD_1. Если углы BCA и CAD_1 равны, то прямые параллельны



Задание 4. (7 баллов.)

Доказать, что справедливо равенство:

$4\cos^2 36^0 - 2\cos 36^0 - 1 = 0$.

Решение

$\sin(72^0) = \sin(108^0)$

$\sin(2\cdot 36^0) = \sin(3\cdot 36^0)$

$2\sin(36^0)\cos(36^0) = \sin(36^0)(3\cos^2(36^0) - \sin^2(36^0))$

$2\cos(36^0) = 4\cos^2(36^0) - 1$

$4\cos^2(36^0) - 2\cos(36^0) - 1 = 0$

Задание 5. (7 баллов.)

Дана функция

$f(x)=6+\sqrt{x}$

С помощью этой функции вычислили число:

$\underbrace{f(f(f\dots f(6)\dots))}_{2015 раз}$

Доказать, что десятичная запись этого числа содержит после запятой более 600 подряд идущих девяток.

Решение

$s_n=\underbrace{f(f(f\dots f(6)\dots))}_{n \quad раз}, \quad s_n=6+\sqrt{s_{n-1}}$

Т. к. $s_1<9$, то и $s_n<9$. С другой стороны

$$9-s_n=3-\sqrt{s_{n-1}}=\frac{9-s_{n-1}}{3+\sqrt{s_{n-1}}}, \quad 9-s_1=9-(6+\sqrt{6})=\frac{3}{3+\sqrt{6}}<1$$

Поэтому $9-s_n<1, \quad s_n>8, \quad 3+\sqrt{s_n}>5, \quad 9-s_n=3-\sqrt{s_{n-1}}=\dfrac{9-s_{n-1}}{3+\sqrt{s_{n-1}}}<\dfrac{1}{5}(9-s_{n-1})$

Поэтому $9-s_n<\dfrac{1}{5^{n-1}}, \quad 9-s_{2015}<\dfrac{1}{5^{2014}}=\dfrac{1}{25^{1007}}<\dfrac{1}{10^{600}}, \quad s_{2015}>9-\dfrac{1}{10^{600}}$

А это и доказывает утверждение.